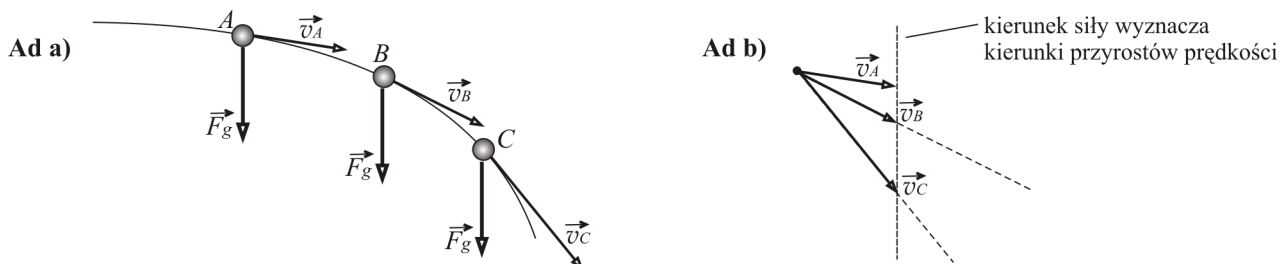
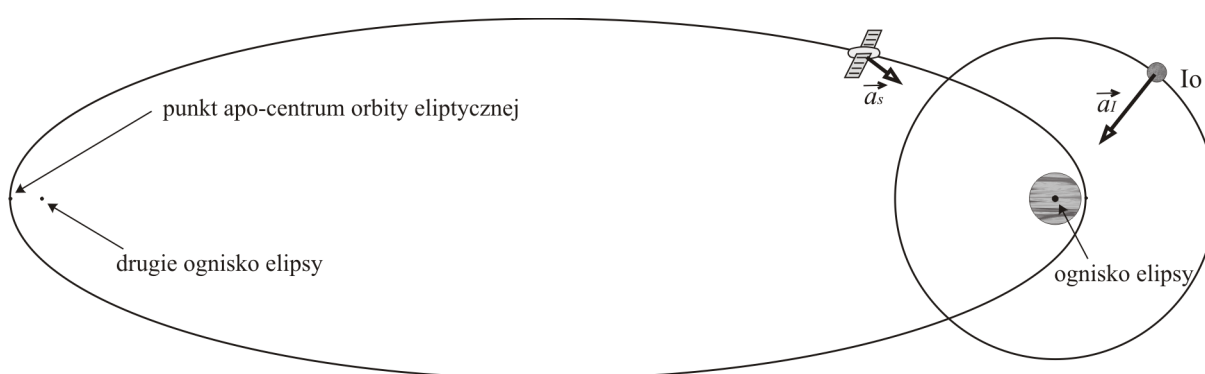


Zadanie 1.1 (2 pkt)

Zmiana kierunku wektora prędkości odbywa się, zgodnie z II ZD, w kierunku działania siły. Innymi słowami: przyrosty prędkości (czyli $\Delta \vec{v}$) są wektorami o tym samym kierunku co wektor siły.

**Zadanie 1.2 (2 pkt)****Zadanie 1.3 (3 pkt)**

Prawa Keplera stosujemy do ruchów w centralnym polu grawitacyjnym. Trzecie prawo Keplera stosujemy zarówno dla ruchów po orbitach eliptycznych (gdzie A oznacza wielką półoś elipsy) oraz kołowych (gdzie r oznacza promień okręgu). Dla orbit kołowych $A = r$. Zapisujemy teraz III Prawo Keplera dla ruchu Io oraz June, zgodnie z oznaczeniami podanymi w informacji do zadania. Następnie podstawiamy dane i rozwiązujemy.

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{T_s^2}{A_s^3}, \quad A_s = \sqrt[3]{\left(\frac{T_s}{T}\right)^2 \cdot r},$$

$$A_s = \sqrt[3]{\left(\frac{11 \text{ dni}}{1,77 \text{ dni}}\right)^2 \cdot 421,8 \text{ tys. km}} = 3,38 \cdot 421,8 \text{ tys. km} = 1\,425,7 \text{ tys. km}.$$

Obliczamy odległość środka Jowisza do punktu apo-centrum orbity sondy June:

$$r_a + r_p = 2A_s, \quad r_a = 2A_s - r_p = 2\,779,4 \text{ tys. km}.$$

Zadanie 1.4 (2 pkt)

Równania, które użyjemy w dowodzie to:

$$ma = F \quad (\text{wynika z II ZD}),$$

$$F = \frac{GMm}{r^2} \quad (\text{wynika z PPC}),$$

$$a = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r \quad (\text{wzór na przyspieszenie, dośrodkowe, w ruchu po okręgu}).$$

Zapisujemy to wszystko w jednym równaniu i przekształcamy:

$$m \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r = \frac{GMm}{r^2}, \quad \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{GM}{r^3}, \quad \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}.$$

Zadanie 1.5 (2 pkt)

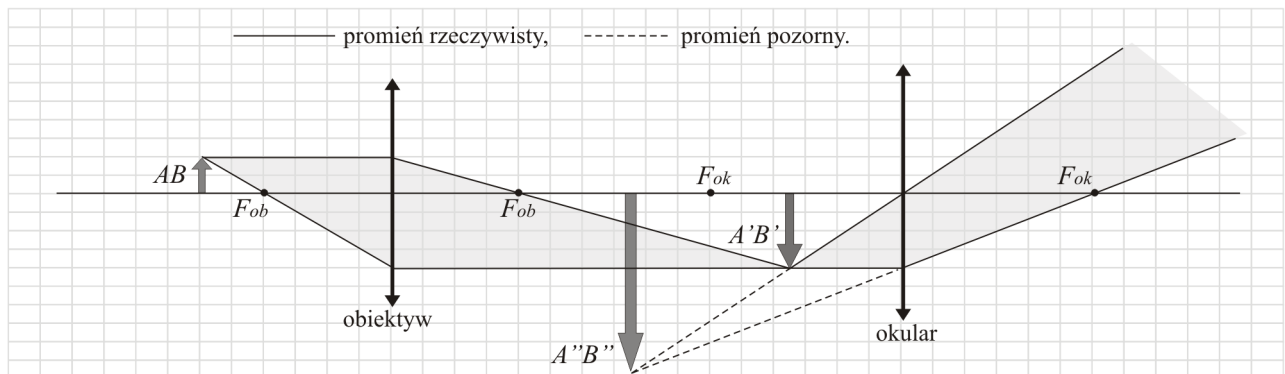
Wszelkie wielkości wyrażamy teraz w jednostkach podstawowych układu SI:

$$r = 421,8 \text{ tys. km} = 4,218 \cdot 10^8 \text{ m}, \quad T = 1,77 \text{ dni} = 1,77 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 1,529 \cdot 10^5 \text{ s}.$$

Następnie korzystamy z udowodnionego wzoru z zadania 1.4. M oznacza tutaj masę Jowisza.

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}, \quad M = \frac{r^3}{T^2} \cdot \frac{4\pi^2}{G},$$

$$M = \frac{(4,218)^3 \cdot 10^{8 \cdot 3}}{(1,529)^2 \cdot 10^{5 \cdot 2}} \cdot \frac{4 \cdot (3,14)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} = 1,898 \cdot 10^{27} \text{ kg}.$$

Zadanie 2.1 (2 pkt)**Zadanie 2.2 (2 pkt)**

- a) Bezwzględny współczynnik załamania światła (rośnie/**maleje**) wraz ze wzrostem długości fali świetlnej określonej dla próżni.
- b) Prędkość światła w ośrodku (rośnie/**maleje**) wraz ze wzrostem częstotliwości fali świetlnej.
- c) Prędkość światła w ośrodku (**rośnie**/**maleje**) wraz ze wzrostem długości fali świetlnej.
- d) Gdy światło wchodzi do ośrodka materialnego z próżni, to jego częstotliwość (rośnie/**maleje**/**pozostaje stała**).

Zadanie 2.3 (3 pkt)

Obliczamy kąty załamania: β_c i β_f , odpowiednio dla skrajnych widzialnych promieni: czerwonego (ograniczającego wiązkę widzialną z prawej strony rysunku) i fioletowego (ograniczającego wiązkę widzialną z lewej strony rysunku). Korzystamy z prawa Snelliusa, zamieszczonego wykresu $n(f)$ oraz podanej tabeli z wartościami sinusów.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_c} = n_c, \quad \sin \beta_c = \frac{\sin 45^\circ}{1,4} = 0,505, \quad \beta_c = 30,3^\circ.$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_f} = n_f, \quad \sin \beta_f = \frac{\sin 45^\circ}{1,8} = 0,393, \quad \beta_f = 23,1^\circ.$$

Kąt rozszczepienia wiązki światła widzialnego wynosi:

$$\Delta\beta = \beta_c - \beta_f = 7,2^\circ.$$

Zadanie 2.4 (2 pkt)

Zauważamy, że stała słoneczna jest miarą natężenia fali promieniowania wychodzącego ze Słońca. Korzystamy z zależności, że natężenie fali sferycznej maleje wraz ze wzrostem odległości od punktu środka źródła fali tak, jak kwadrat tej odległości: $I(r) \propto 1/r^2$. Przyjmując środek źródła fali za punkt środka Słońca, mamy:

$$\frac{I_N}{I_Z} = \left(\frac{A_Z}{A_N}\right)^2, \quad I_N = \left(\frac{A_Z}{A_N}\right)^2 \cdot I_Z,$$

$$I_N = \left(\frac{1 \text{ j.a.}}{30,07 \text{ j.a.}}\right)^2 \cdot 1366,1 \frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2}, \quad I_N = 1,51 \frac{\text{J}}{\text{s} \cdot \text{m}^2}$$

Zadanie 3.1 (2 pkt)

- a) Przemiany $A \rightarrow B$ oraz $C \rightarrow D$ mają tę własność, że podczas nich zachodzi proporcja wielkości: $V \propto T$.
 b) Przemiany $B \rightarrow C$ oraz $D \rightarrow A$ mają tę własność, że podczas nich zachodzi proporcja wielkości: $p \propto T$.
 c) W przemianach $A \rightarrow B$ oraz $D \rightarrow A$ ciepło jest (**pobierane od**/oddawane do) otoczenia.
 d) W przemianach $B \rightarrow C$ oraz $C \rightarrow D$ ciepło jest (pobierane od/**oddawane do**) otoczenia.

Zadanie 3.2 (2 pkt)

Możemy wykorzystać twierdzenie, że praca użyteczna w wyniku przemian tworzących cykl, jest liczbowo równa polu figury w płaszczyźnie p, V , której brzegiem jest krzywa cyklu. Pole obliczamy na podstawie wykresu.

$$W_u = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3, \quad W_u = 800 \text{ J}.$$

Zadanie 3.3 (3 pkt)

Wykonujemy obliczenia na podstawie odpowiednich wzorów. Przemiana $A \rightarrow B$ jest izobaryczna, zatem: $Q_{AB} = nc_p(T_B - T_A)$, gdzie $c_p = 5R/2$. Do obliczenia ciepła musimy znać n (lub nR) oraz T_B . Dla przemiany izobarycznej $A \rightarrow B$ mamy:

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B}, \quad T_B = \frac{V_B}{V_A} \cdot T_A = \frac{4}{2} \cdot 400 \text{ K}, \quad T_B = 800 \text{ K}.$$

Obliczamy nR z równania stanu gazu doskonałego, na przykład stanu A :

$$p_A V_A = nRT_A, \quad nR = \frac{p_A V_A}{T_A} = \frac{8 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{400} \frac{\text{J}}{\text{K}}, \quad nR = 4 \frac{\text{J}}{\text{K}}.$$

Wykonujemy ostatecznie obliczenie ilości ciepła pobranego w przemianie $A \rightarrow B$:

$$Q_{AB} = n \frac{5}{2} R (T_B - T_A) = \frac{5}{2} \cdot 4 \cdot (800 - 400) \text{ J}, \quad Q_{AB} = 4000 \text{ J}.$$

Zadanie 3.4 (2 pkt)

Pracę użyteczną w cyklu przemian możemy wyrazić za pomocą różnicy całkowitego ciepła pobranego łącznie w cyklu i całkowitego ciepła oddanego łącznie w cyklu. Z tej zależności obliczamy ciepło oddane łącznie w cyklu.

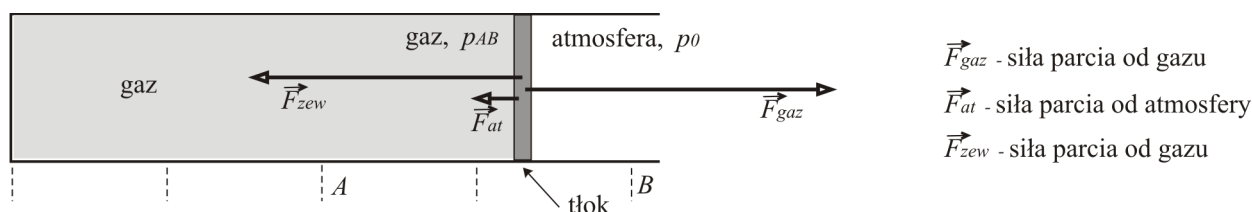
$$W_u = Q_{\text{pobrane}} - Q_{\text{oddane}}, \quad Q_{\text{oddane}} = Q_{\text{pobrane}} - W_u = 5200 \text{ J} - 800 \text{ J}, \quad Q_{\text{oddane}} = 4400 \text{ J}.$$

Obliczamy także sprawność cyklu:

$$\eta = \frac{W_u}{Q_{\text{pobrane}}} = 0,154.$$

Zadanie 3.5 (2 pkt)

Ruch tłoka w układzie inercyjnym jest jednostajny, a zatem działające na tłok podczas jego ruchu siły równoważą się.



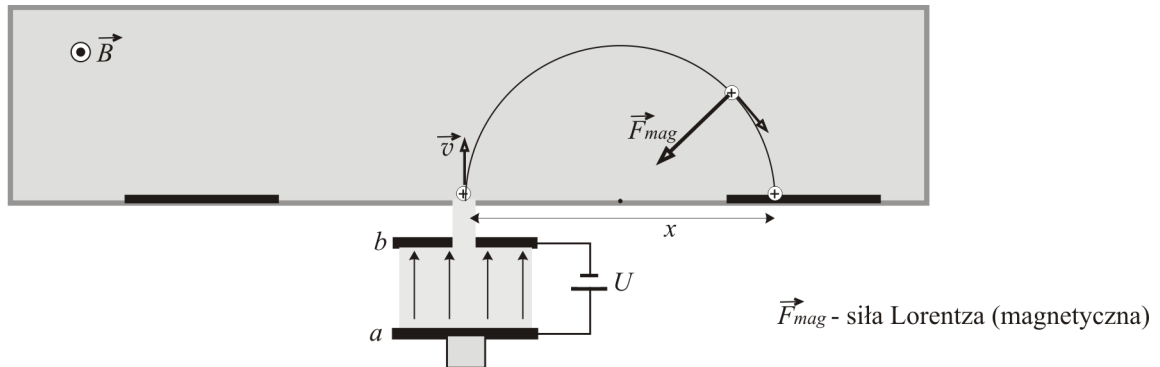
Obliczamy wartość siły zewnętrznej korzystając z I ZD i wzorów na siłę parcia: $F = pS$.

$$\begin{aligned} F_{zew} + F_{at} &= F_{gaz}, \\ F_{zew} &= F_{gaz} - F_{at}, \\ F_{zew} &= p_{AB} \cdot S - p_0 \cdot S = (p_{AB} - p_0) \cdot S, \\ F_{zew} &= (8 \cdot 10^5 - 1 \cdot 10^5) \cdot 10^{-2} \text{ N}, \quad F_{zew} = 7000 \text{ N}. \end{aligned}$$

Zadanie 4.1 (2 pkt)

Rozwiązania a), b) i c) oznaczono na rysunku.

d) Wartość prędkości cząstki w polu magnetycznym (**pozostaje stała**, wzrasta, maleje).

**Zadanie 4.2 (2 pkt)**

a)

$$\frac{1}{2}mv^2 = qU,$$

$$ma_{do} = qvB, \quad m\frac{v^2}{r} = qvB.$$

b) Gdy zwiększymy napięcie U przyspieszające cząstki o ustalonej masie, to cząstki będą wychwytywane (**dalej**/bliżej) od miejsca wejścia w pole magnetyczne. Cząstki cięższe będą wychwytywane (**dalej**/bliżej) od miejsca wejścia w pole magnetyczne niż cząstki lżejsze, gdyby wszystkie wpadałyby w pole magnetyczne z tą samą prędkością (przy odpowiednim dla obu doborze napięcia).

Zadanie 4.3 (2 pkt)

$$m\frac{v^2}{r} = qvB, \quad \frac{1}{2}mv^2 = qU;$$

$$v = \frac{qBr}{m}, \quad \frac{1}{2}m\left(\frac{qBr}{m}\right)^2 = qU;$$

$$\frac{1}{2}\frac{qB^2r^2}{m} = U;$$

$$m = \frac{qB^2r^2}{2U}, \quad x = 2r, \quad m = \frac{qB^2x^2}{8U}.$$

Zadanie 4.4 (1 pkt)

Z równania:

$$q(t) = q_0 \cos \omega t = 5 \cdot 10^{-6} \cdot \cos(6\pi 10^8 \cdot t),$$

natychmiast odczytujemy, że $q_0 = 5 \cdot 10^{-6}$ C. Dalej odczytujemy wartość ω oraz f :

$$\omega = 6\pi 10^8 \text{ rad/s}, \quad \text{zatem} \quad 2\pi f = 6\pi 10^8 \text{ rad/s}, \quad \text{czyli} \quad f = 3 \cdot 10^8 \text{ Hz}.$$

Zadanie 4.5 (2 pkt)

Fala elektromagnetyczna rozchodzi się z prędkością światła $c = 3 \cdot 10^8$ m/s i oczywiście spełnia związek $c = \lambda f$:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{3 \cdot 10^8 \text{ Hz}}, \quad \lambda = 1 \text{ m}.$$

Zadanie 4.6 (2 pkt)

Stosujemy wiadomości i wzory z teorii obwodów, dielektryków i magnetyków:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0 \cdot C_0}}, \quad f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{1000L_0 \cdot 10C_0}} = 0,01f_0.$$

Częstotliwość emitowanej fali zmaleje 100 razy.

Zadanie 5.1 (2 pkt)

a) Z cząstką można łączyć falę amplitudy prawdopodobieństwa o pewnej ustalonej długości, gdy (określony jest jej pęd, zaś położenie nie jest określone/określone jest jej położenie, zaś pęd nie jest określony/określone są położenie i pęd cząstki).

b) Jeżeli zwiększymy napięcie przyspieszające elektrony, to pęd wystrzelonych elektronów (wzrośnie/zmaleje).

c) Jeżeli pęd wystrzelonych elektronów wzrośnie, to kąty pod jakimi rejestruje się maksima liczby elektronów (zwiększą się/zmniejszą się). Wynika to ze wzorów:

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad n\lambda = d \sin \alpha_n.$$

Zadanie 5.2 (3 pkt)

Obliczamy długość fali związanej z elektronem, na podstawie obrazu interferencyjnego rozkładu elektronów na ekranie.

$$3\lambda = d \sin \alpha_3, \quad \lambda = \frac{d \sin \alpha_3}{3}, \quad \lambda = \frac{3 \cdot 10^{-10} \cdot \sin 53,1^\circ}{3} \text{ m}, \quad \lambda = 0,8 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

Obliczamy pęd elektronu znając długość fali amplitudy prawdopodobieństwa.

$$p = \frac{h}{\lambda}, \quad p = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{0,8 \cdot 10^{-10} \text{ m}}, \quad p = 8,29 \cdot 10^{-24} \text{ N} \cdot \text{s}$$

Wyznaczamy napięcie ze związku pomiędzy pracą siły elektrycznej nad ładunkiem elektronu $W = eU$ i przyrostem energii kinetycznej elektronu $E_{kin} = mv^2/2$, przy czym pęd elektronu wyrażamy klasycznie $p = mv$. Obliczenia dokonujemy w układzie jednostek SI.

$$eU = \frac{p^2}{2m}, \quad U = \frac{p^2}{2em}, \quad U = \frac{8,29^2 \cdot 10^{-48}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} \text{ V}, \quad U = 236 \text{ V}.$$

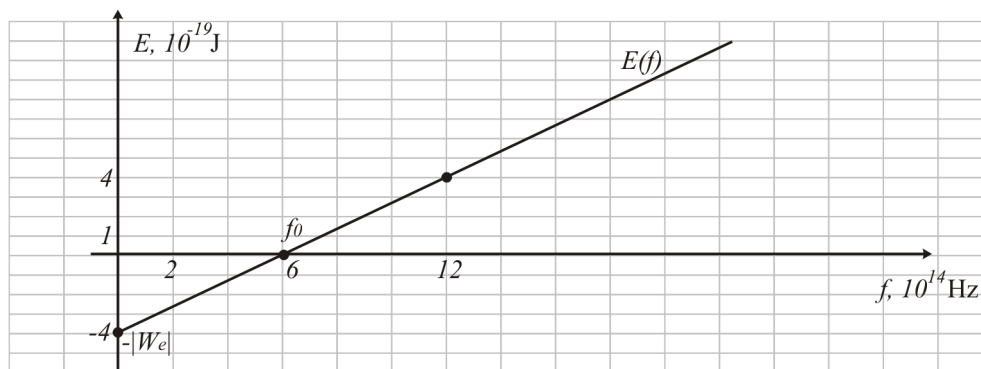
Zadanie 5.3 (2 pkt)

Foton o częstotliwości granicznej f_0 posiada energię równą pracy wyjścia elektronu z metalu.

$$hf_0 = W_e + 0, \quad W_e = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 6 \cdot 10^{14} \text{ J}, \quad W_e = 3,98 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Zadanie 5.4 (2 pkt)

a)



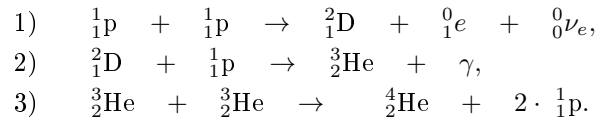
b) Wartość energii kinetycznej elektronu wybitego kwantem o częstotliwości $f = 12 \cdot 10^4 \text{ Hz}$ odczytujemy z dobrze narysowanego wykresu.

$$E_{kin} = E(f = 12 \cdot 10^4 \text{ Hz}) = 4 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Zadanie 6.1 (2 pkt)

Energia wiązania E_w jądra deuteru wiąże się z defektem masy Δm_D jądra deuteru wzorem $E_w = \Delta m_D c^2$. Rachunki wykonujemy w układzie jednostek SI, wynik podamy w MeV.

$$\begin{aligned} E_w &= \Delta m_D \cdot c^2, & E_w &= (m_n + m_p - m_D) \cdot c^2, \\ E_w &= (1,6749 \cdot 10^{-27} + 1,6726 \cdot 10^{-27} - 3,3436 \cdot 10^{-27}) \cdot (3 \cdot 10^8)^2, \\ E_w &= 3,51 \cdot 10^{-13} \text{ J}, & E_w &= 2,2 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

Zadanie 6.2 (2 pkt)**Zadanie 6.3 (1 pkt)**

Energia wiązania jądra deuteru wiąże się z defektem masy (Δm_D) jądra deuteru, natomiast energia reakcji syntezy deuteru wiąże się z różnicą łącznej masy substratów i produktów reakcji (ΔM_r):

$$\begin{aligned} E_w &= \Delta m_D \cdot c^2 = (m_n + m_p - m_D) \cdot c^2, \\ E_R &= \Delta M_r \cdot c^2 = (m_p + m_p - m_D - m_e) \cdot c^2. \end{aligned}$$

Ponieważ $m_n > m_p$ oraz $m_e > 0$ to $\Delta m_D > \Delta M_r$, a zatem $E_w > E_r$.

Zadanie 6.4 (2 pkt)

Korzystamy z I prawa zaniku promieniotwórczego.

$$\begin{aligned} N(t) &= N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T}, & \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T} &= \frac{N(t)}{N_0}, \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T} &= 0,03125, & \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T} &= \left(\frac{1}{2}\right)^5, \\ \frac{t}{T} &= 5, & t &= 5T, & t &= 5 \cdot 5740 \text{ lat}, & t &= 28700 \text{ lat}. \end{aligned}$$

Zadanie 6.5 (2 pkt)

Na podstawie drugiego prawa zaniku promieniotwórczego wiadomo, że przebieg w czasie zmniejszania się aktywności próbki jest taki, jak przebieg w czasie zaniku ilości jąder w próbce:

$$A(t) = A_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{t/T},$$

gdzie A_0 jest aktywnością początkową próbki. W związku z tym i na podstawie informacji z zadania 6.4, określamy aktywność próbki w chwili obecnej t :

$$A(t) = 0,03125 \cdot A_0, \quad A(t) = 0,03125 \cdot 100\,000 \text{ Bq}, \quad A(t) = 3\,125 \text{ Bq}$$

Na podstawie podanej reakcji rozpadu izotopu węgla ^{14}C stwierdzamy, że rozpadowi jednego jądra towarzyszy emisja jednego elektronu. Jeżeli więc w ciągu sekundy rozpada się średnio 3 125 jąder, to oznacza, że próbka emituje w ciągu sekundy średnio 3 125 elektronów.