

POZIOM ROZSZERZONY

Czas pracy 180 minut

Instrukcja dla piszącego

1. Sprawdź, czy arkusz zawiera 16 ponumerowanych stron. Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego badanie.
2. Rozwiązania i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W rozwiązaniach zadań przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
4. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
5. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
6. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie podlegają ocenie.
7. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora.

Życzymy powodzenia!

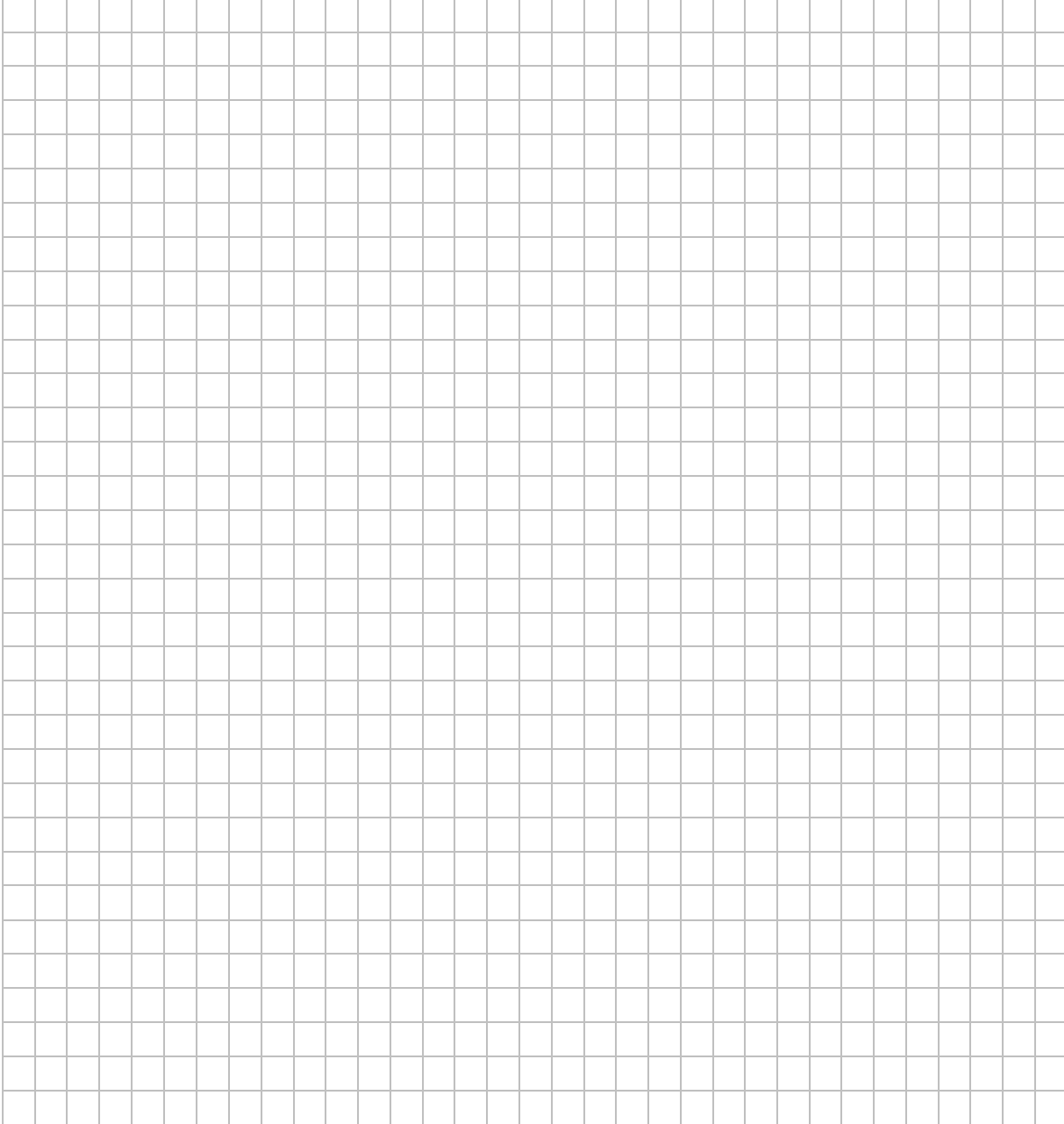
maj 2011

Za rozwiązanie
wszystkich zadań
można otrzymać
łącznie
50 punktów

--	--	--

zadanie 1. (4 pkt)

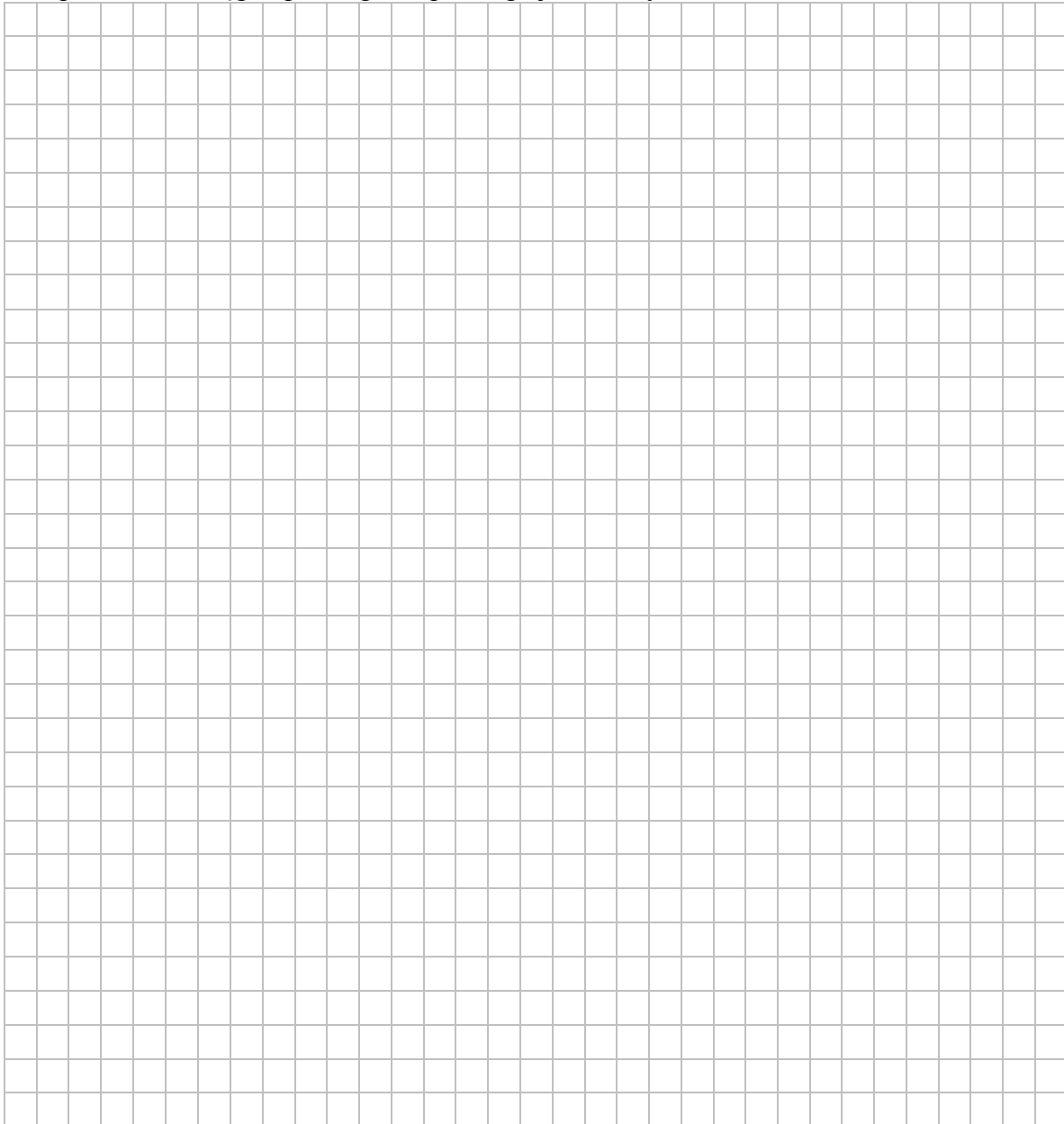
Niech $x \in \mathbb{C}$. Wykaż, że wyrażenie $\frac{x^2 + 3x + 5}{x + 1}$ przyjmuje wartość całkowitą tylko dla czterech wartości x . Podaj te liczby.



Odpowiedź:

zadanie 2. (5 pkt)

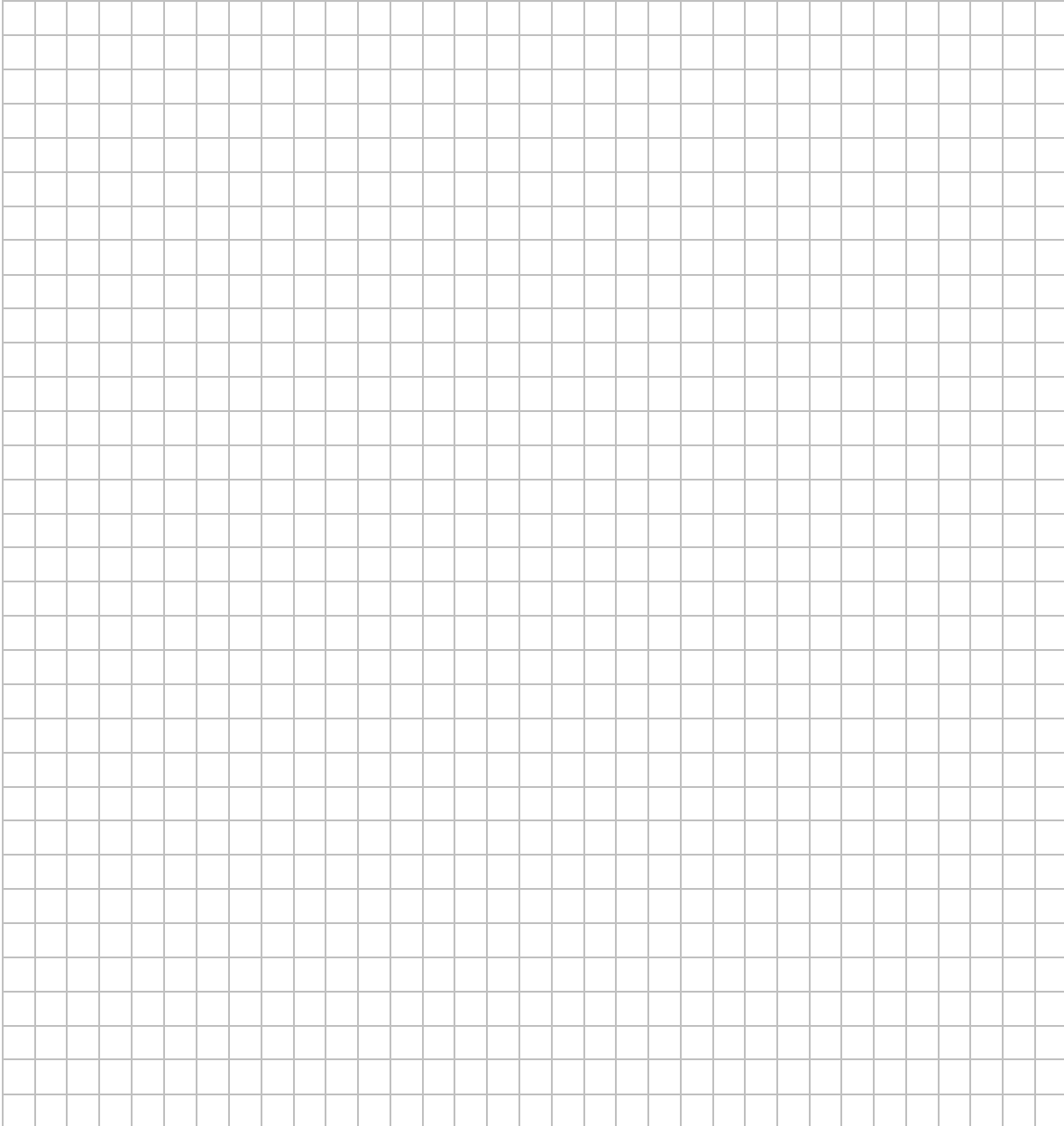
Wyznaczyć sinusy kątów ostrych trójkąta prostokątnego wiedząc, że stosunek promienia okręgu opisanego i wpisanego jest równy $5/2$.



Odpowiedź:

zadanie 3. (6 pkt)

Dla jakiej wartości parametru m pierwiastki równania $x^2 - (m+1)x + \frac{6}{5}m = 0$ są równe sinusowi i cosinusowi tego samego kąta ostrego?

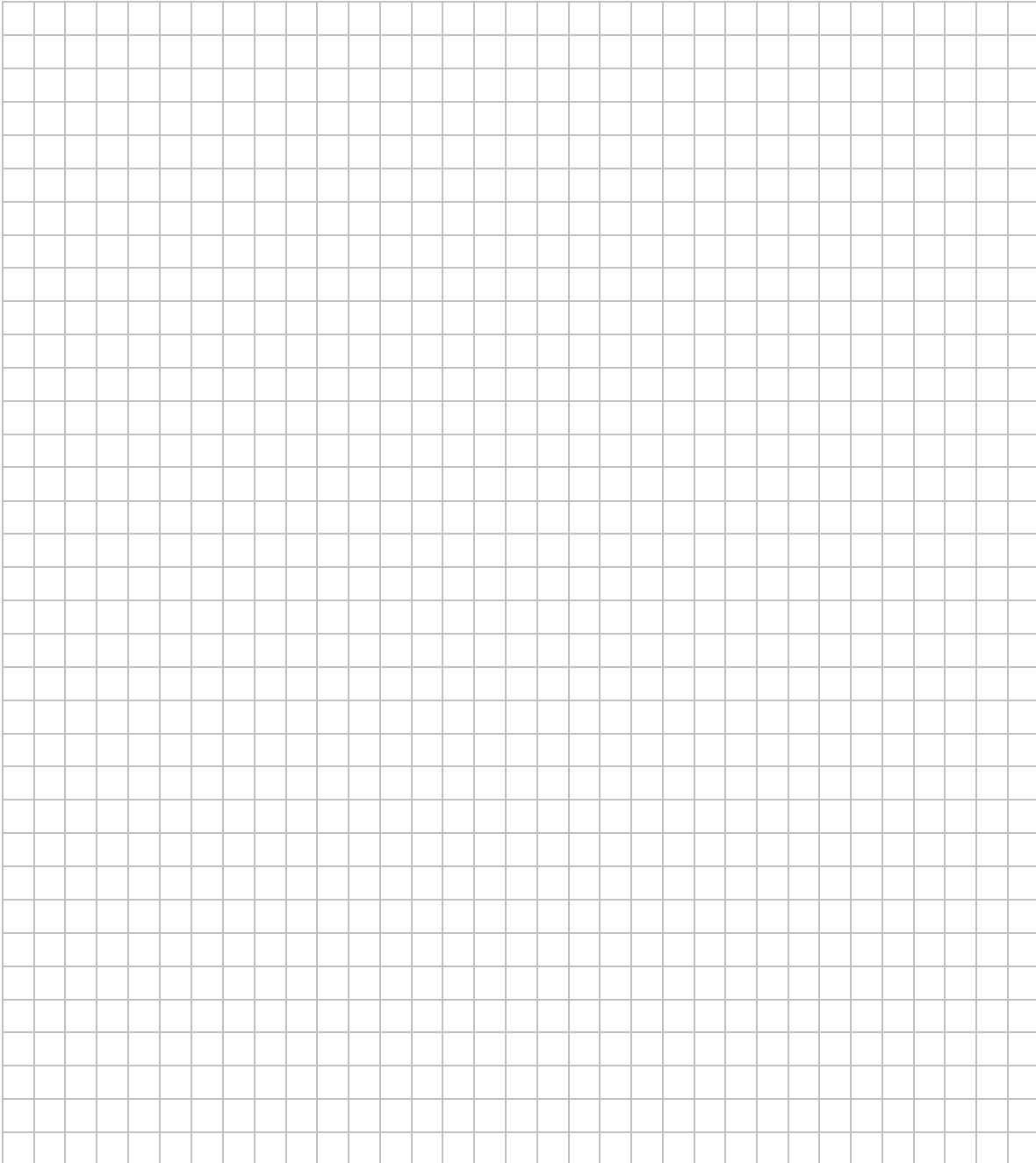


Odpowiedź:

zadanie 4. (4 pkt)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność:

$$x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 1 > 0.$$

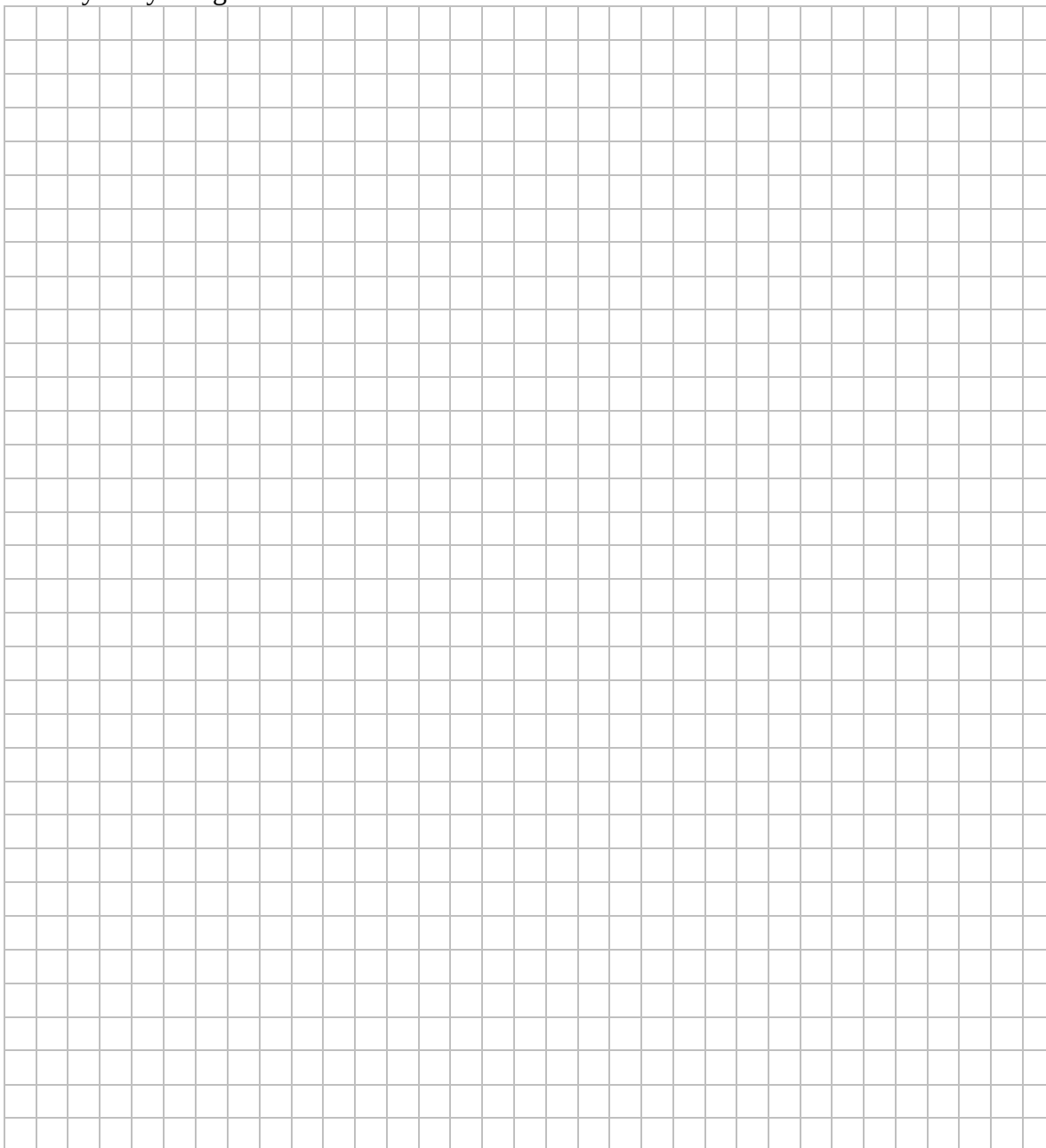


Odpowiedź:

zadanie 5. (4 pkt)

Liczby $\frac{1}{a+b}, \frac{1}{a+c}, \frac{1}{b+c}$, gdzie $(a+b)(a+c)(b+c) \neq 0$ są kolejnymi wyrazami

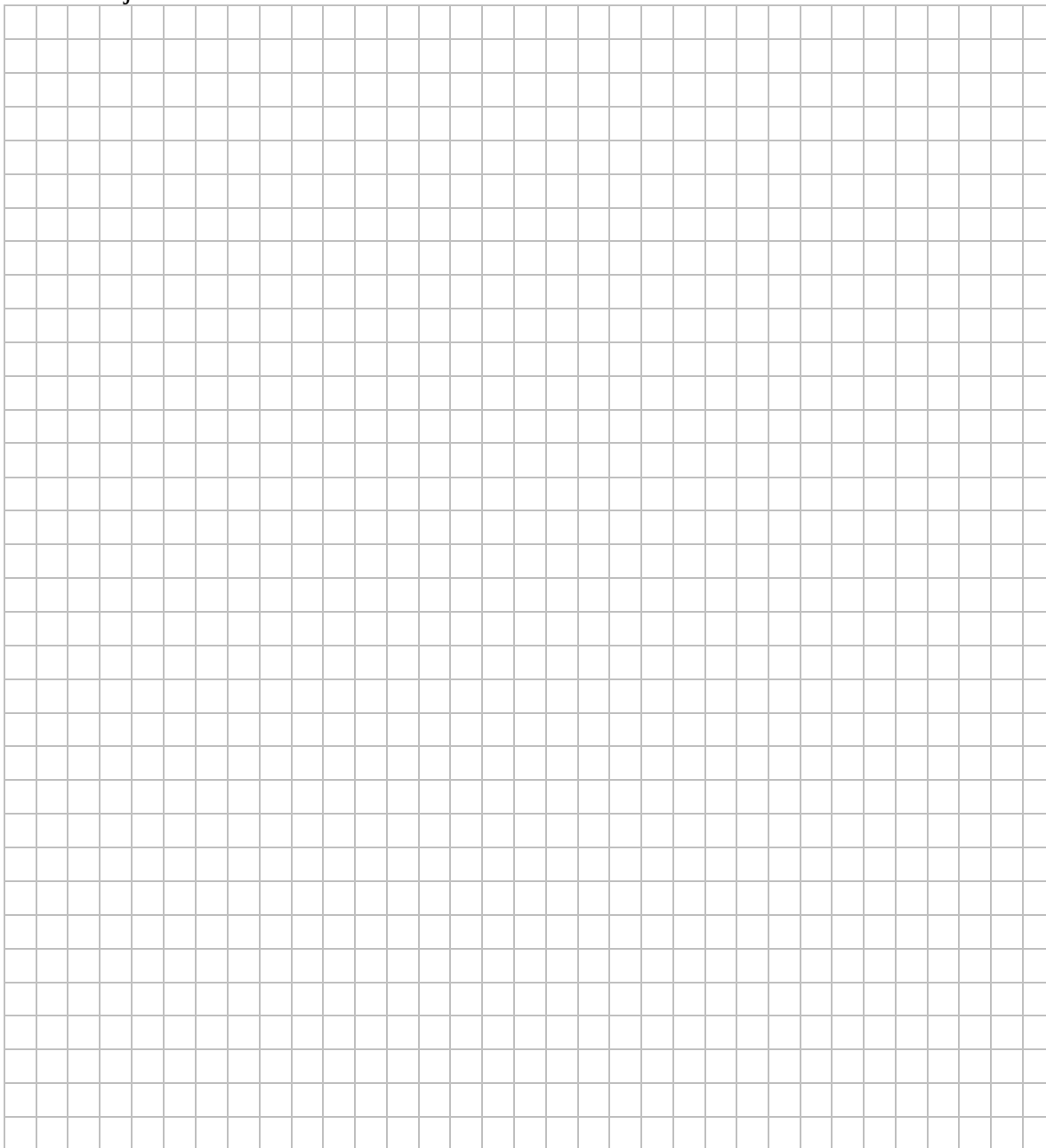
ciągu arytmetycznego. Wykaż, że liczby a^2, b^2, c^2 są również wyrazami ciągu arytmetycznego.



Odpowiedź:

zadanie 6. (4 pkt)

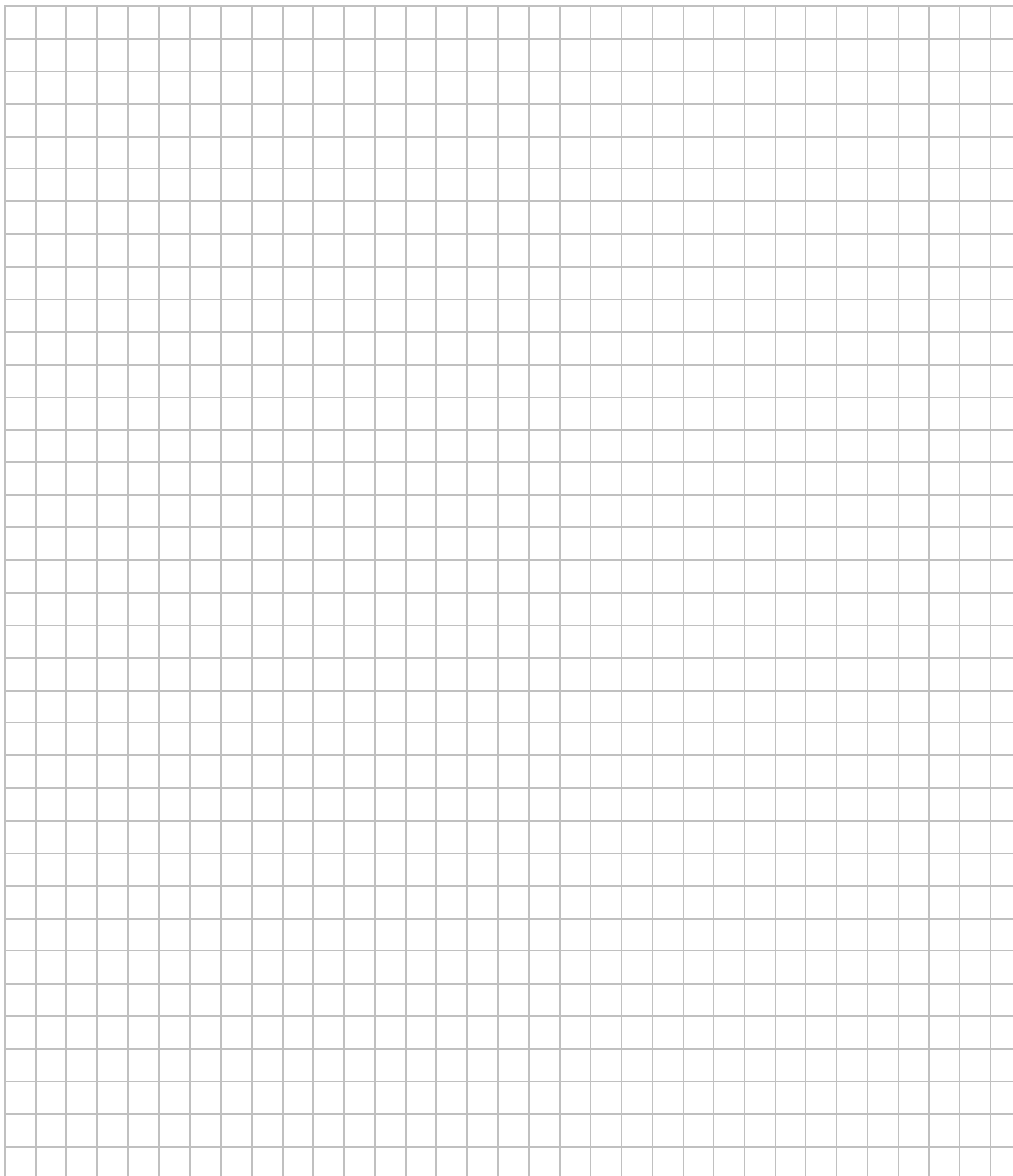
Pole prostokąta jest równe 8cm^2 . Wyznacz jeden z boków prostokąta, jako funkcję drugiego boku i naszkicuj wykres tej funkcji. Podaj dziedzinę i zbiór wartości tej funkcji.



Odpowiedź:.....

zadanie 7. (5 pkt)

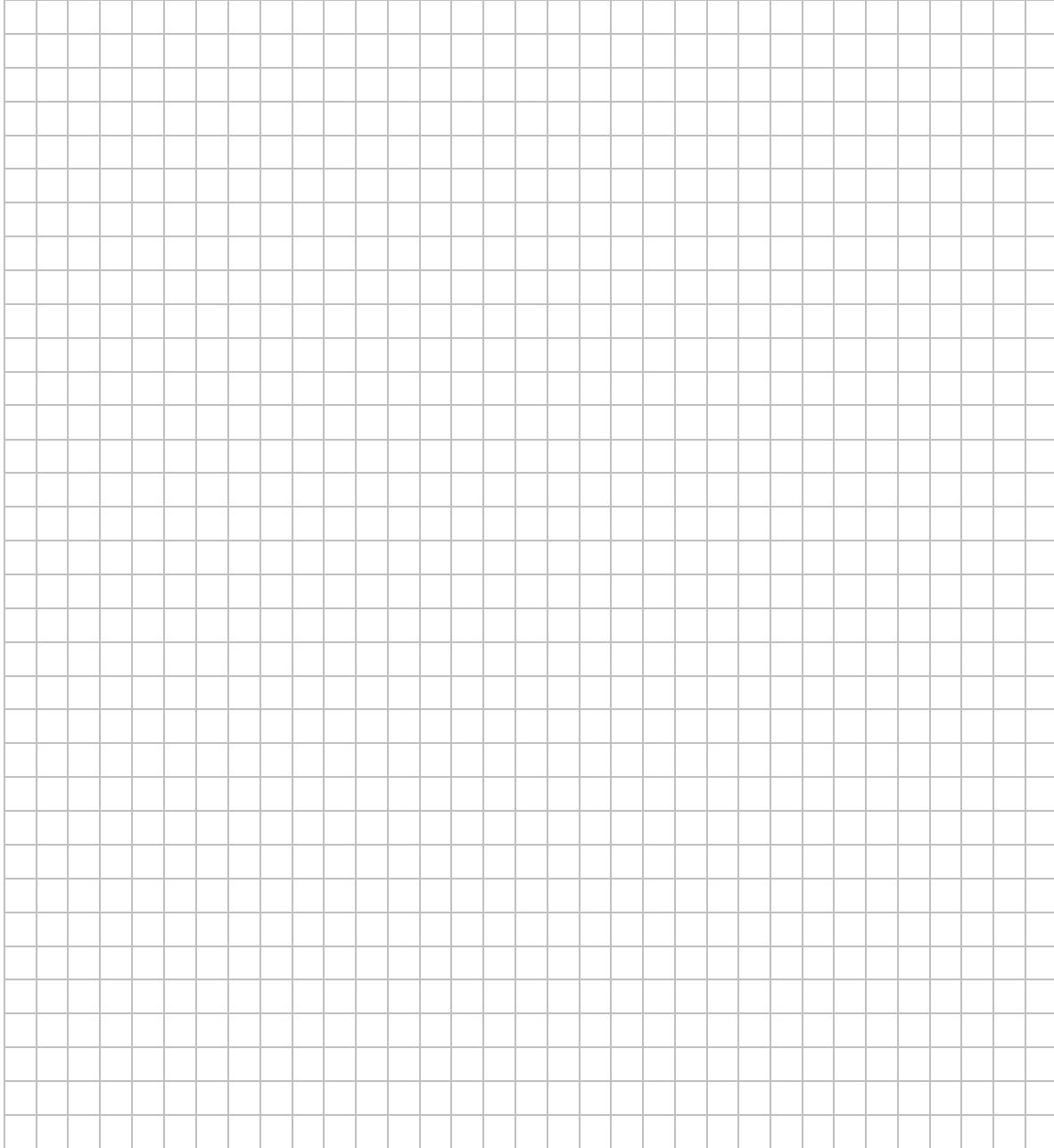
Napisz równanie okręgu, do którego należą punkty wspólne paraboli $y = x^2 - 5x + 6$ i prostej $x - y + 1 = 0$, a którego środek należy do prostej o równaniu $7x + 3y - 9 = 0$.



Odpowiedź:

zadanie 8. (4 pkt)

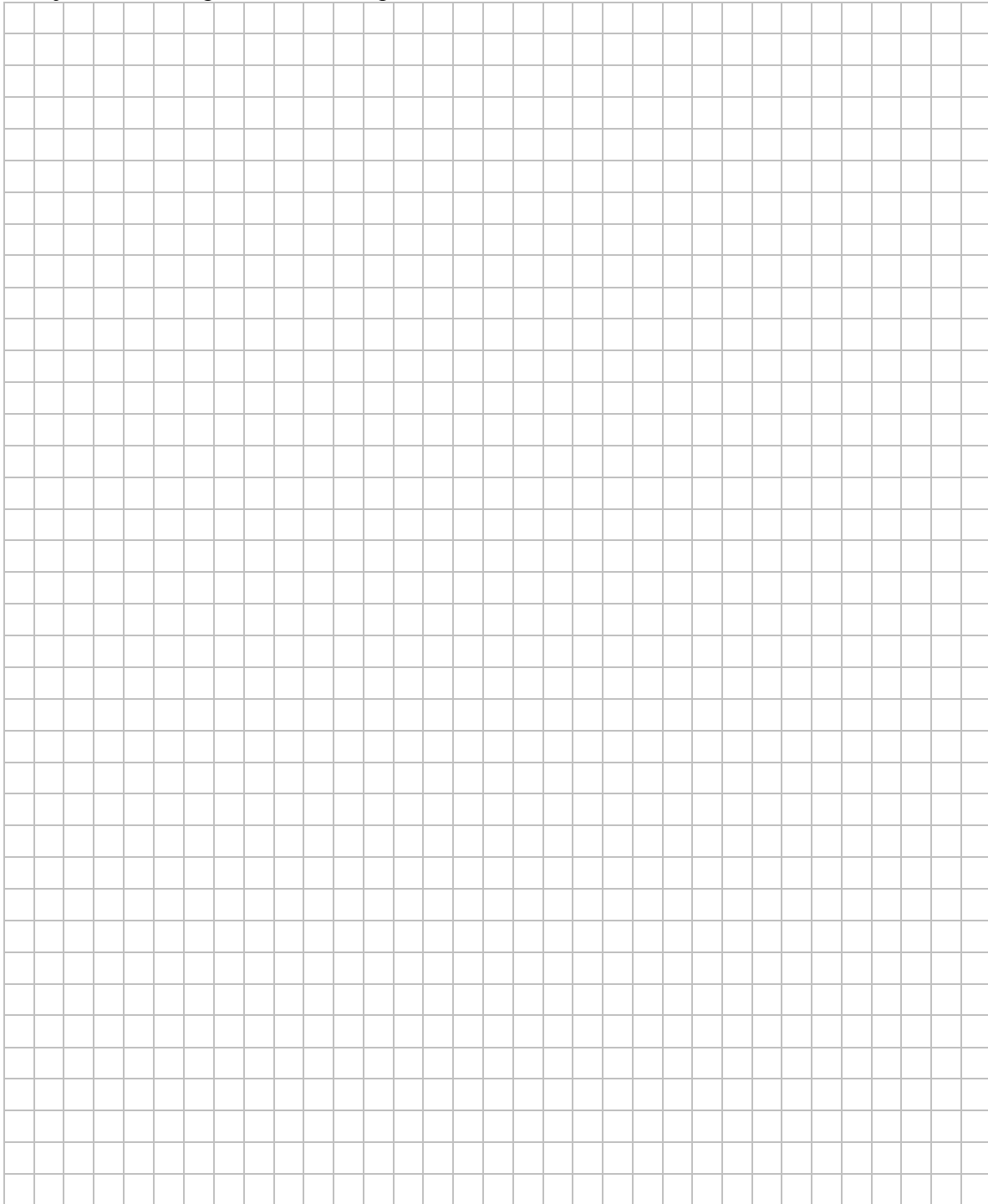
Naszkieuj wykres funkcji $f(x) = |4^{|x|} - 4|$. Na podstawie wykresu określ przedziały, w których funkcja jest rosnącą.



Odpowiedź:

zadanie 9. (4 pkt)

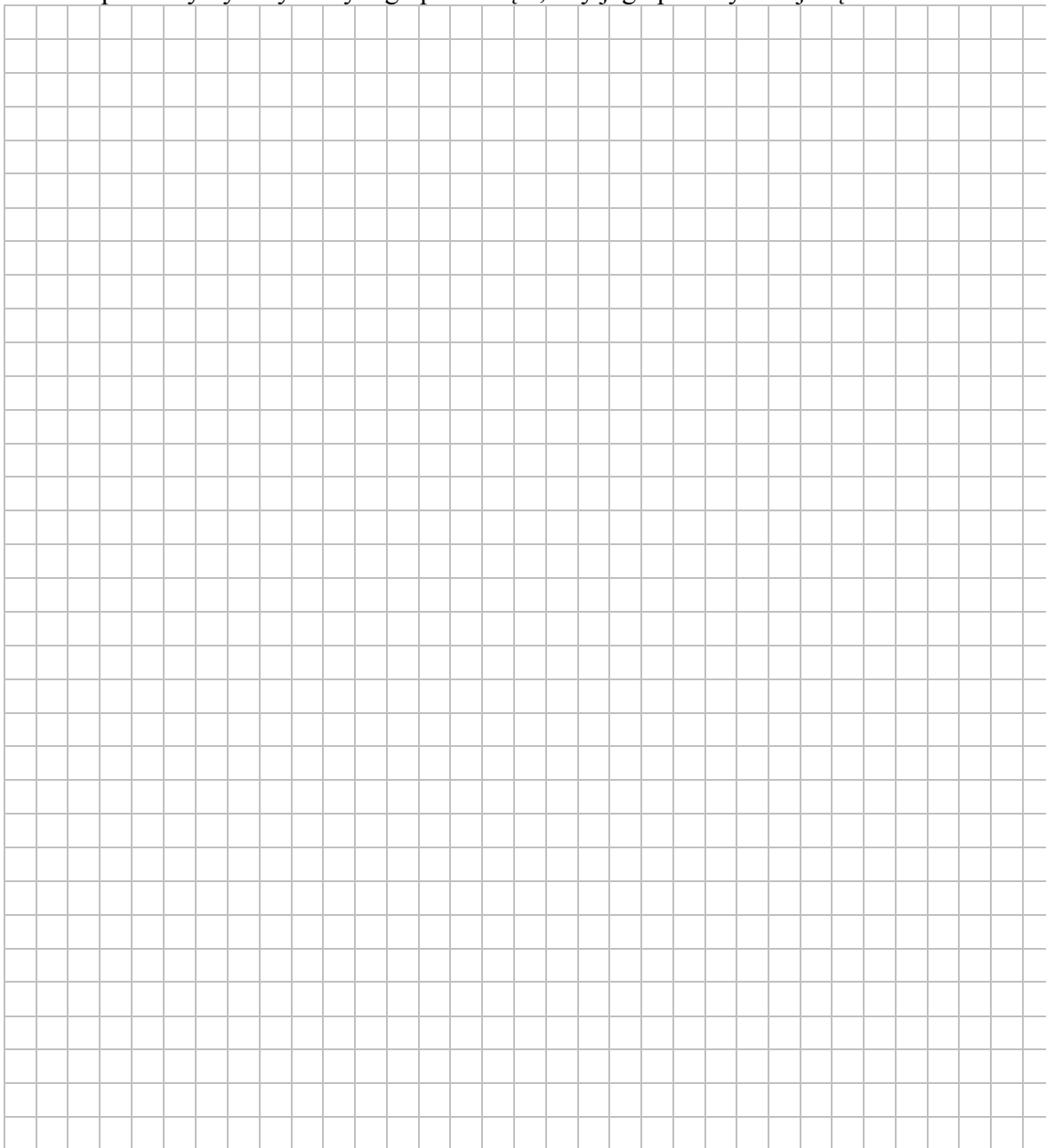
Promień koła wpisanego w trapez prostokątny jest równy r , kąt ostry trapezu równy jest α . Oblicz pole i obwód trapezu.



Odpowiedź:

zadanie 10. (5 pkt)

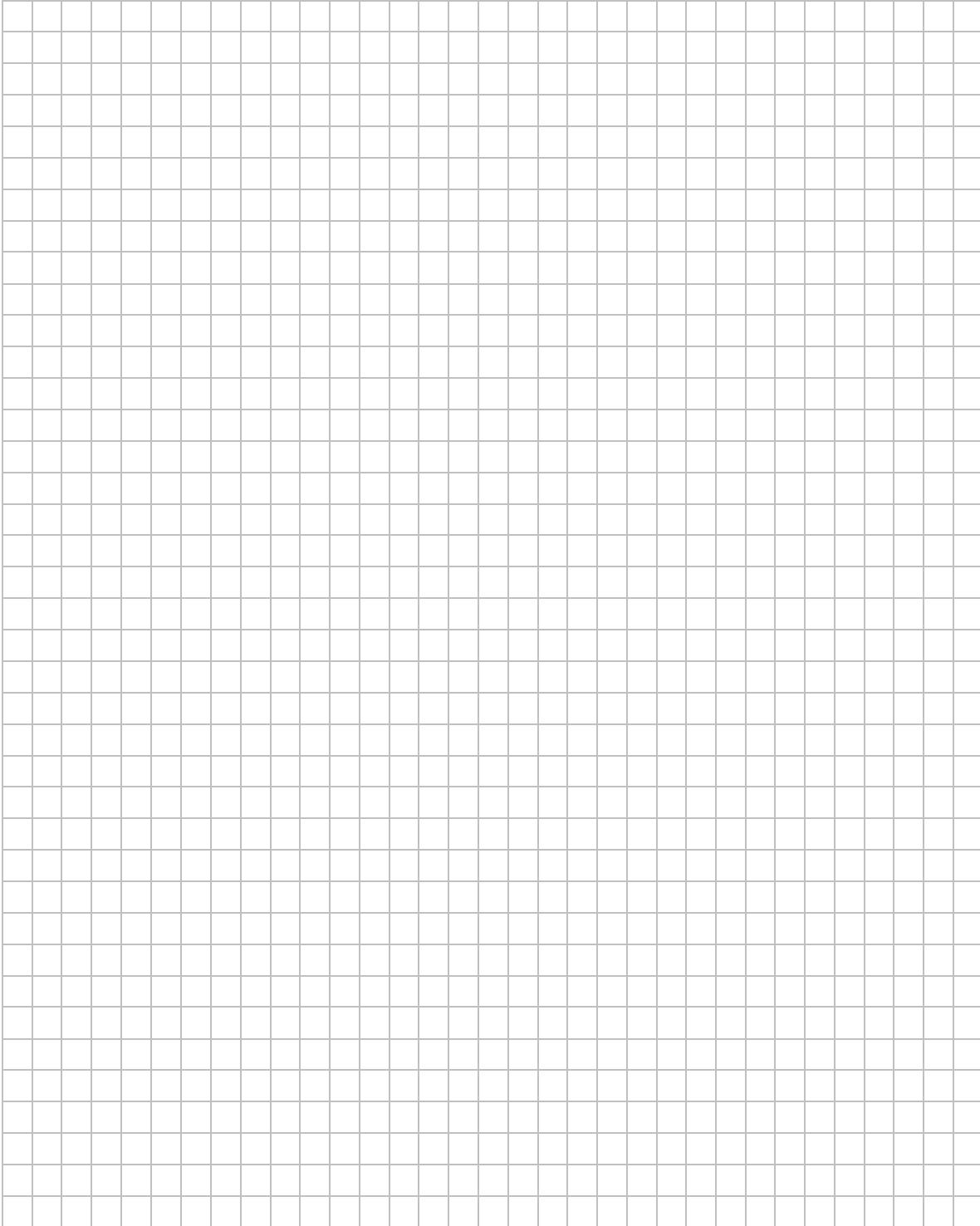
W trójkąt prostokątny, w którym przyprostokątne mają długości 6cm i 8cm wpisano prostokąt w taki sposób, że dwa boki prostokąta są zawarte w przyprostokątnych, a jeden z wierzchołków leży na przeciwprostokątnej. Jakie powinny być wymiary tego prostokąta, aby jego pole było największe?



Odpowiedź:.....

zadanie 11. (5 pkt)

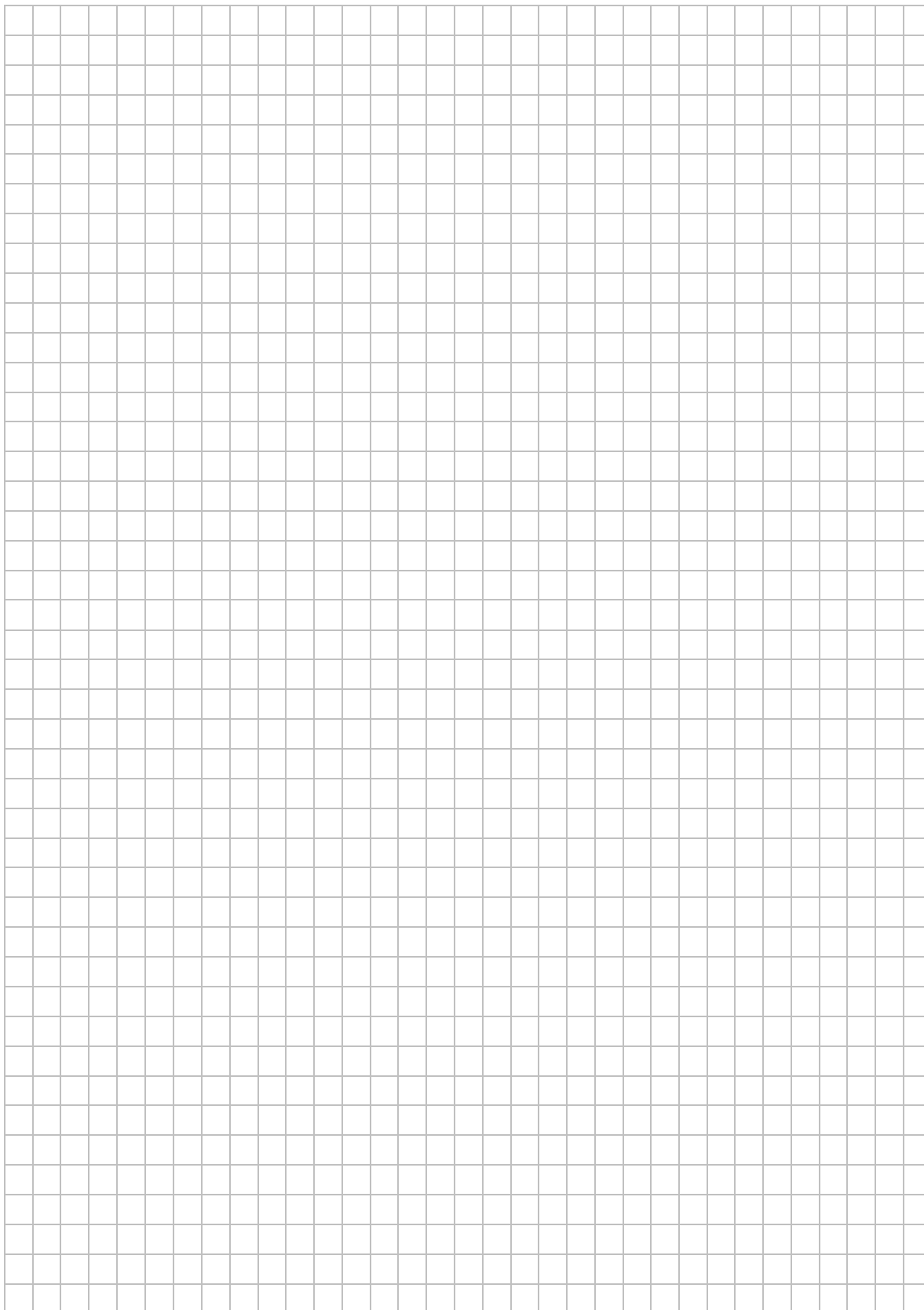
Trzynasty wyraz ciągu geometrycznego jest równy 10. Oblicz wartość iloczynu dwudziestu pięciu początkowych wyrazów tego ciągu.

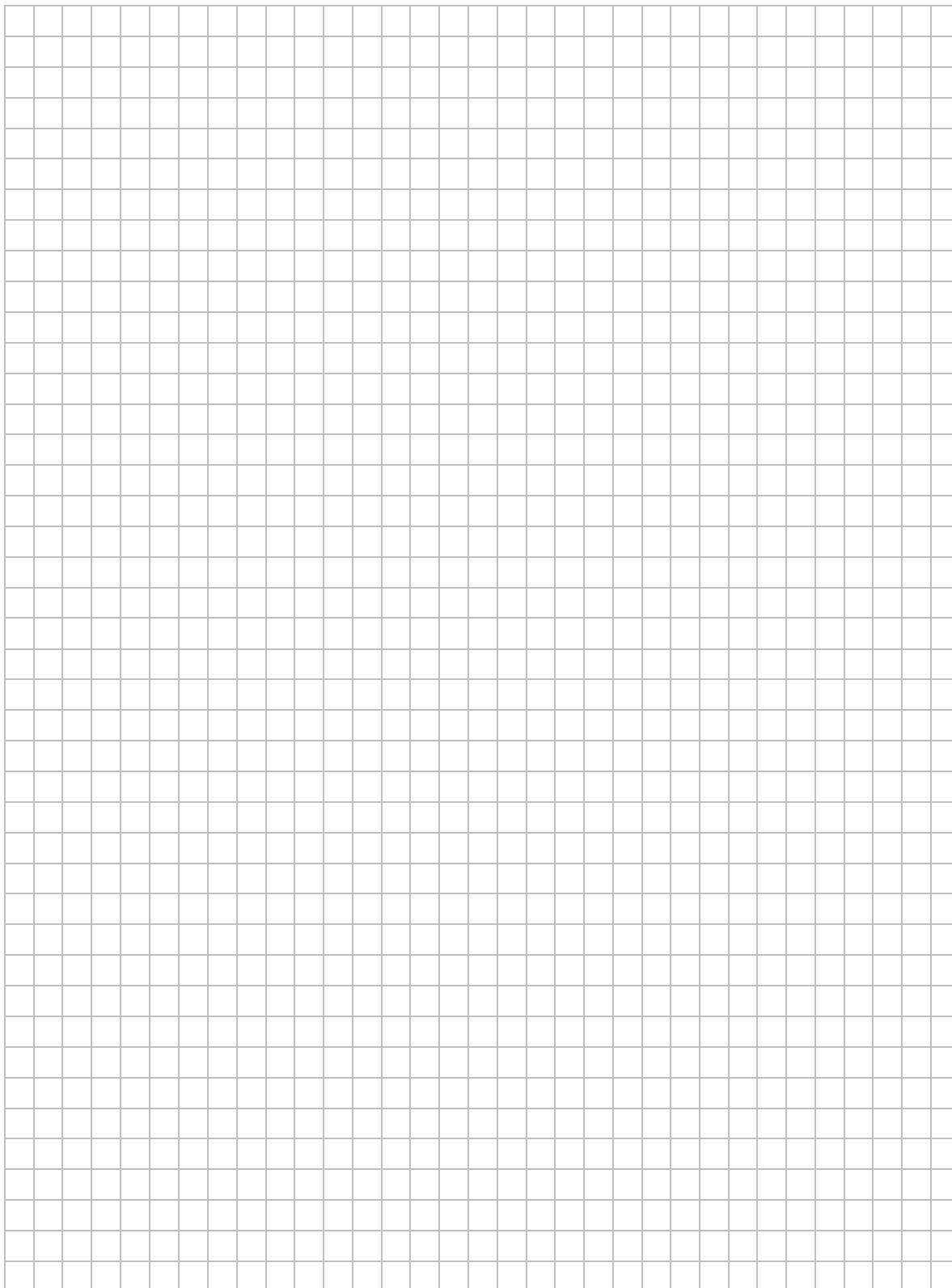


Odpowiedź:

Materiały pobrane z serwisu www.zadania.info

This image shows a full page of blank graph paper. The grid consists of thin, light gray horizontal and vertical lines that intersect to form small squares across the entire surface. There are no margins, text, or other markings on the paper.





KARTA ODPOWIEDZI

Nr zadania	0	1	2	3	4	5	6
1.	☐	☐	☐	☐	☐		
2.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
3.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
4.	☐	☐	☐	☐	☐		
5.	☐	☐	☐	☐	☐		
6.	☐	☐	☐	☐	☐		
7.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
8.	☐	☐	☐	☐	☐		
9.	☐	☐	☐	☐	☐		
10.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
11.	☐	☐	☐	☐	☐	☐	

<i>Suma punktów</i>	